

Discrete representations of the nondominated set for multi-objective optimization problems

Abstract The goal of this thesis is to propose new general methods to get around the intractability of multi-objective optimization problems.

First, we try to give some insight on this intractability by determining an, easily computable, upper bound on the number of nondominated points, knowing the number of values taken on each criterion. Then, we are interested in producing some discrete and tractable representations of the set of nondominated points for each instance of multi-objective optimization problems. These representations must satisfy some conditions of *coverage*, i.e. providing a good approximation, *cardinality*, i.e. it does not contain too many points, and if possible *spacing*, i.e. it does not include any redundancies. Starting from works aiming to produce ε -Pareto sets of small size, we first propose a direct extension of these works then we focus our research on ε -Pareto sets satisfying an additional condition of *stability*. Formally, we consider special ε -Pareto sets, called $(\varepsilon, \varepsilon')$ -kernels, which satisfy a property of stability related to ε' . We give some general results on $(\varepsilon, \varepsilon')$ -kernels and propose some polynomial time algorithms that produce small $(\varepsilon, \varepsilon')$ -kernels for the bicriteria case and we give some negative results for the tricriteria case and beyond.

Keywords Discrete representations, Pareto set, approximation, Pareto set, non-dominated points, kernels, multi-objective optimization problems.

Représentations discrètes de l'ensemble des points non dominés pour des problèmes d'optimisation multi-objectifs

Résumé Le but de cette thèse est de proposer des méthodes générales afin de contourner l'intractabilité de problèmes d'optimisation multi-objectifs.

Dans un premier temps, nous essayons d'apprécier la portée de cette intractabilité en déterminant une borne supérieure, facilement calculable, sur le nombre de points non dominés, connaissant le nombre de valeurs prises par chaque critère. Nous nous attachons ensuite à produire des représentations discrètes et tractables de l'ensemble des points non dominés de toute instance de problèmes d'optimisation multi-objectifs. Ces représentations doivent satisfaire des conditions de *couverture*, i.e. fournir une bonne approximation, de *cardinalité*, i.e. ne pas contenir trop de points, et si possible de *stabilité*, i.e. ne pas contenir de redondances. En s'inspirant de travaux visant à produire des ensembles ε -Pareto de petite taille, nous proposons tout d'abord une extension directe de ces travaux, puis nous axons notre recherche sur des ensembles ε -Pareto satisfaisant une condition supplémentaire de *stabilité*. Formellement, nous considérons des ensembles ε -Pareto particuliers, appelés $(\varepsilon, \varepsilon')$ -noyaux, qui satisfont une propriété de stabilité liée à ε' . Nous établissons des résultats généraux sur les $(\varepsilon, \varepsilon')$ -noyaux puis nous proposons des algorithmes polynomi-aux qui produisent des $(\varepsilon, \varepsilon')$ -noyaux de petite taille pour le cas bi-objectif et nous donnons des résultats négatifs pour plus de deux objectifs.

Mots-clés Représentations discrètes, ensemble de Pareto, approximation, points non dominés, noyaux, problèmes d'optimisation multi-objectifs.